

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)
Prof. Giovanni Masala – luglio 2026



Domanda 1 (punti 3, 6).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = e^{\sqrt{x+5}} \cdot \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 3}}$$

Dominio	$E = [-5, -2] \cup (1, 2] \cup (3, +\infty)$
Positività	$P = [-5, -2] \cup (1, 2) \cup (3, +\infty)$
Intersezioni	$A(-2; 0) \quad B(2; 0)$

Domanda 2 (punti 3, 6).**

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 3x + 2} - 2x + 5)$ e $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 \cdot e^{x^2-9} - x^2}{x^2 \cdot e^{x-3} - 4x + 3}$

Soluzioni	$23/4; \quad 54/11$
-----------	---------------------

Domanda 3 (punti 3, 6).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = e^{-x} \cdot (-x^2 + 4x - 1)$

Derivata prima	$f' = e^{-x} \cdot (x - 5) \cdot (x - 1) \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$M(1; 2e^{-1}) \quad m(5; -6e^{-5})$ cresce in $(-\infty, 1) \cup (5, +\infty)$

Domanda 4 (punti 3, 6).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \frac{1}{6}x \cdot (x^2 - 15x + 24 \log x - 24)$

Derivata prima	$f' = \frac{1}{2}x \cdot (x - 10) + 4 \log x \quad E = (0, +\infty)$
Derivata seconda	$f'' = \frac{(x-1) \cdot (x-4)}{x}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1\left(1; -\frac{19}{3}\right); F_2\left(4; -\frac{136}{3} + 16 \log 4\right)$ convessa in $(0, 1) \cup (4, +\infty)$

Domanda 5 (punti 2, 6).**

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{5x^4 - 3x^3 - 2x^2 + x - 4}{(x^2 - 9) \cdot (x + 2)}$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-3, -2, 3\}$
As. verticali	$x = -3, x = -2$ e $x = 3$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 5x - 13$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_0^1 \left(\frac{4x-6}{3x+4} \right) dx \quad \text{e} \quad \int \left(e^{\frac{-x}{3}} \cdot x^3 + \log(3x) \right) dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{2}{9}(6x - 17 \log(3x + 4))$ $\frac{4}{3} + \frac{34}{9} \log \frac{4}{7} \approx -0.7808$
Integrale indefinito	$-3e^{\frac{-x}{3}} \cdot (x^3 + 9x^2 + 54x + 162) - x + x \cdot \log(3x) + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x - k \cdot y + 4z = 2 \\ -x + 3y + 4z = 1 \\ 4x + 2y + k \cdot z = 4 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -2$: incompatibile; $k = 14$: indeterminato $k \neq -2; 14$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{k+4}{2k+4}; y = \frac{k}{2k+4}; z = \frac{1}{k+2} \rightarrow k \neq -2; 14$ $x \in \mathbb{R}; y = \frac{1}{17}(-1 + 15x); z = \frac{1}{17}(5 - 7x) \rightarrow k = 14$

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = 4x^2 - 4x \cdot y - 4x + 2y^2 + 2y - 2$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x - 2y = 2$.

Derivate parziali	$f_x = 8x - 4y - 4 \quad f_y = -4x + 4y + 2$
Estremi liberi	$m(1/2; 0) \quad z = -3 \quad H = 16$
Estremi vincolati	$m(1/2; -1/2) \quad \lambda = 1 \quad z = -5/2$ $H = -16$

Domande teoriche.

- 1) Operazioni sui limiti e relative forme indeterminate (punti 2, 4*)
- 2) Rapporto incrementale parziale per funzioni a due variabili (punti 2, 4*)
- 3) Condizioni affinché un sistema lineare abbia infinite soluzioni (punti 2, 4*)

Punteggi solo II parte contrassegnati con * (solo I parte con **).